

## بسمه تعالی

### راهنمای ارزیابی پاسخ‌های دانش‌آموزان در سی‌امین مسابقه المپیاد ریاضی، ۲۰۱۸

در این راهنما معیارهایی برای تصحیح برگه‌های دانش‌آموزان ارائه شده است. این معیارها بر اساس راه‌حل‌های اعضای هیئت داوران و همچنین پاسخ‌های دانش‌آموزان و ایده‌های مطرح شده توسط آنهاست، به همین دلیل ممکن است شامل همه راه‌حل‌های ممکن نباشد. بنابراین از مصححین عزیز خواهشمندیم که از این راهنما صرفاً به عنوان کلید اولیه استفاده نموده و در صورت مشاهده‌ی پاسخ‌های منطقی دیگر، آن‌ها را با هیئت داوران در میان بگذارند تا به این مجموعه اضافه گردد.

در تصحیح سؤالات به این نکته توجه داشته باشید که همه مسائل این آزمون در راستای انجام تکلیف نهایی، یعنی تهیه یک گزارش برای وزارت بهداشت است. ممکن است گروهی ایده پاسخ یک سؤال را در سؤالات بعدی و یا در تکلیف‌های نهایی آورده باشد؛ لذا مصحح محترم عملکرد گروه را در کل آزمون، مدنظر داشته باشد. در انتخاب برگه‌های برتر نیز بیش از هر چیز، به پاسخ دانش‌آموزان در تکلیف نهایی دقت می‌شود؛ لذا از مصححین خواهش می‌شود، با وجود مطالعه و ارزیابی تمام تکالیف، برگه‌هایی را که در آن تکلیف نهایی به خوبی پاسخ داده شده است، معرفی کنند (حتی اگر در پاسخ به مسائل سایر قسمت‌ها عملکرد ضعیفی داشته‌اند). تصحیح بر اساس نمره دهی انجام نمی‌گیرد بلکه بر مبنای مقایسه برگه‌های برتر از میان آنها انجام خواهد گرفت. طبیعتاً هر چه به سؤالات پایانی نزدیک‌تر می‌شویم سؤالات پیچیده‌تر و حائز اهمیت بیشتری خواهند بود.

## معیارهای ارزیابی

### تکالیف اکتشافی، بخش ۱

#### تکلیف ۱:

به طور خلاصه از ۳۰ آذرماه تا ۲۱ دی ماه، موارد زیر رخ داده است:

تاریخ	افراد در ارتباط	شرح احوال افراد
۳۰ آذر	احمد، فرشاد، کمال و احسان	احمد احساس ضعف داشته
۱ دی		احمد بیمار است
۳ دی	احسان، فرید و علی	حال احسان چندان خوب نبوده
۴ دی		احسان بیمار شده
۷ دی	فرید، علی، محمد، رضا و دانیال	احمد، کمال و احسان بیمار هستند
۹ دی		احمد تقریباً خوب شده است. فرید بیمار شده است.
۱۰ دی	۱- رضا، دانیال و تعدادی (?) دیگر ۲- احمد و رامین	احمد سالم است.
۱۲ دی		رامین، رضا، دانیال و تعدادی (?) دیگر بیمارند.
۱۴ دی	احمد، فرشاد، کمال، احسان و ۴ نفر دیگر	به جز این گروه، بقیه بیمارند.
۲۱ دی	همه به جز، امید و هادی	امید و هادی بیمارند. بقیه سالم هستند.

در این بخش دانش‌آموزان باید در مورد درستی یا نادرستی دو گزاره تصمیم بگیرند.

الف) در این باشگاه، هیچ کس در ۳۰ آذرماه، نسبت به بیماری آنفولانزا ایمن نبوده است.

می‌توان از متن چنین برداشت کرد که فرشاد در تمام این مدت، با همه افراد بیمار بیرون رفته اما بیمار نشده است. بنابراین ایمن بوده است. دانش‌آموزان باید شواهد خود را بر اساس متن به طور واضح ارائه دهند.

از طرف دیگر، با توجه به تعریف مستعد بودن، ممکن است برخی از گروه‌ها استدلال کرده باشند که، امکان داشته فرد مستعد با افراد بیمار در ارتباط بوده باشد ولی بیماری را از آنها نگرفته باشد. چرا که در تعریف داریم، این فرد می‌تواند بیمار شود، نه این که حتماً بیمار می‌شود. چون در مورد فرشاد اطلاعاتی بیشتری نداریم، بنابراین، نمی‌توانیم به طور قطع در مورد ایمن بودن یا نبودن او نظری بدهیم.

به علاوه، ممکن است گروهی به دلیل این که نمی‌تواند مثالی برای رد کردن این گزاره پیدا کند، به ناچار درستی آن را بپذیرد.

همه این موارد تا زمانی که همراه با ارائه شواهد درست و در قالب یک استدلال منطقی باشند، می‌توانند، صحیح باشند.

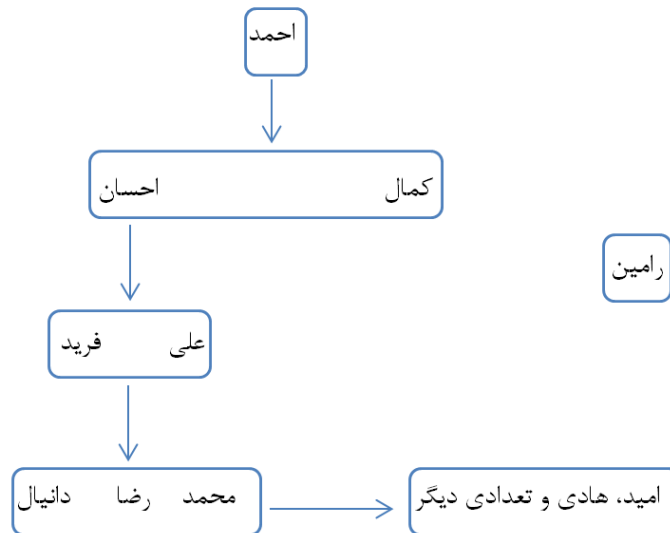
ب) حتی اگر شما بیمار هستید، لزومی ندارد احساس کنید بیمار هستید.

برای این گزاره، می‌توان به گزارش احمد از شرح احوالش در ۳۰ آذرماه و ۱ دی‌ماه اشاره کرد. احمد ۳۰ آذرماه، قبل از رفتن به تمرین، احساس ضعف داشته، اما ۱ دی‌ماه، متوجه می‌شود بیمار است. همچنین، احسان نیز گزارش می‌دهد که ۳ دی‌ماه حالش چندان خوب نبوده اما به دوچرخه‌سواری رفته و در ۱ دی‌ماه متوجه بیماری‌اش می‌شود. می‌توان فهمید که هر دوی این افراد بیماری را گرفته بودند، اما تا بروز کامل آن، یعنی احساس بیماری، یک یا چند روز طول کشیده است.

هر چند این گزاره مربوط به این متن و بیماری آنفلانزا است، اما ممکن است برخی از پاسخ‌ها، شامل شواهد دیگری از بیماری‌های مختلفی باشد که علائم بروز آنها، مدت‌ها پس از آلوده شدن به آن بیماری طول بکشد.

## تکلیف ۲:

همان طور که در تکلیف آمده است، در نگاه اول ممکن است به نظر برسد اعضای این باشگاه، بیماری آنفلانزا را از طریق احمد، گرفته‌اند. در این قسمت باید یک نمایش گرافیکی، از شیوع بیماری در این باشگاه ارائه شود. در تصویر زیر یک نمونه ساده از چگونگی انتقال بیماری به تصویر کشیده شده است. جهت پیکان‌ها، انتقال بیماری را از فرد بیمار به فرد مستعد، نشان می‌دهد.



در نمایش بالا می‌بینید که رامین، علی‌رغم بیرون رفتن با احمد، بیمار شده است اما از آنجایی که احمد دوره‌ی بیماری را تمام کرده است، نمی‌توانسته عامل انتقال بیماری به او بوده باشد. لذا، رامین به عنوان یک رأس جدا دیده می‌شود. این که آیا خود رامین بیماری‌اش را به فرد دیگری منتقل کرده یا نه، با استفاده از متن، قابل استنباط نیست.

## تکالیف اکتشافی، بخش ۲

### تکلیف ۳:

برای سه وضعیت داده شده در یک جامعه ۱۰۰ نفری با تعداد دو فرد بیمار (و تعدادی افراد ایمن)، مطلوب است، تعداد روزهایی که همه افراد مستعد بیمار خواهد شد.

در جدول‌های زیر، هر عدد نشان می‌دهد که بیماری پس از حداقل چند روز به فرد مستعد، منتقل می‌شود. فرض می‌کنیم، یک روز برای انتقال بیماری (ارتباط فرد با همسایگانش) نیاز باشد.

موقعیت اول:

۴	۳	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۳	۲	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۲	۱	B	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۳	۲	۱	۲	۳	۲	۳	۴	۵	۶
۴	۳	۲	۳	۲	۱	۲	۳	۴	۵
۵	۴	۳	۲	۱	B	۱	۲	۳	۴
۶	۵	۴	۳	۲	۱	۲	۳	۴	۵
۷	۶	۵	۴	۳	۲	۳	۴	۵	۶
۸	۷	۶	۵	۴	۳	۴	۵	۶	۷
۹	۸	۷	۶	۵	۴	۵	۶	۷	۸

در این موقعیت، همه افراد مستعد، پس از ۹ روز بیمار شده‌اند.

موقعیت دوم:

۴	۳	۲	I	۴	۵	۶	۷	۸	I
۳	I	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۲	۱	B	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۳	۲	۱	۲	۳	۴	۵	۴	۵	۶
I	۳	۲	۳	I	I	I	۳	۴	۵
۵	۴	I	۲	۱	B	۱	۲	۳	۴
۶	۵	۴	۳	۲	۱	۲	۳	۴	۵
۷	۶	۵	۴	۳	۲	۳	۴	I	۶
۸	۷	۶	۵	۴	۳	۴	۵	۶	۷
I	۸	۷	۶	۵	۴	۵	۶	۷	۸

در این موقعیت، همه افراد مستعد، پس از ۸ روز بیمار شده‌اند.

موقعیت سوم:

I	I	I	I	I	I	I		I	I
I		I	I	I	I	I	I	I	I
I	I	B	\	I	I	I	I	I	I
I	I	I	I		I	I	I	I	I
I	I	I		I	\	I	I	I	I
I	I	I	I	I	B	I	I	I	I
	I	I	I	I	I	I	I		I
I	I	I	I	I	I		I	I	
I	I		I	I	I	I	I	I	I
I		I	I	I	I	I	I	I	I

در این موقعیت، همه افراد مستعد، بیمار نمی‌شوند. بلکه پس از یک روز، افراد بیمار با همسایگان ایمن در ارتباط می‌شوند که این امر مانع از انتقال بیماری می‌شود. بنابراین بعضی از خانه‌های جدول بالا خالی می‌ماند.

ایده‌های مختلف دیگری نیز می‌تواند برای نمایش انتقال بیماری مطرح شده باشد؛ بدیهی است مادامی که هر یک از این ایده‌ها منجر به جواب درست باشند، قابل قبول هستند.

#### تکلیف ۴:

**بخش اول:** در بخش اول سؤال ۴، باید کمترین تعداد افراد واکسینه شده را پیدا کرد که کمترین تعداد افراد مستعد از یک جامعه ۱۰۰ نفری بیمار شوند.

برای پاسخ به این سؤال می‌توان فرض کرد که چیدمان جامعه‌ی ۱۰۰ نفری به صورتی است که در جداول تکلیف ۳ نشان داده شده است و ارتباط افراد با همسایگانش نیز مانند تکلیف ۳ است.

آنچه که مهم است مشخص کردن تعداد افراد بیمار است. برای این امر، ممکن است دانش‌آموزان فرض‌های مختلفی را در نظر گرفته باشند. در ادامه تعدادی از این فرض‌ها و جواب برآمده از هر فرض ارائه می‌شود با ذکر این نکته که فرض‌ها، رفته رفته معقول‌تر و به واقعیت نزدیک‌تر می‌شوند.

**حالت اول:** با توجه به توضیحات ابتدای بخش ۲، دانش‌آموزان فرض کنند تعداد افراد بیمار ۲ نفر است و جای آنها در جدول، مانند تکلیف ۳ است.

در این صورت با ایمن کردن ۸ نفر از همسایگان افراد بیمار، از انتقال بیماری جلوگیری می‌شود. یعنی هیچ یک از افراد، بیمار نخواهند شد. پس با ۸ واکسن، کل افراد ایمن می‌شوند.

		I							
	I	B	I						
		I							
					I				
				I	B	I			
					I				

**حالت دوم:** با توجه به توضیحات ابتدای بخش ۲، دانش‌آموزان فرض کنند تعداد افراد بیمار ۲ نفر است، اما جای آنها را در جدول، متغیر بگیرند. در این صورت، باید برای وضعیت‌های مختلفِ قرار گرفتن افراد بیمار، جدول‌های مختلف کشیده و تعیین کنند در هر وضعیت به چند واکسن نیاز است. در هر یک از این وضعیت‌ها نیز با واکسن زدن همسایگان افراد بیمار، دیگر افراد جامعه از بیماری مصون می‌شوند.

وضعیت اول: افراد بیمار از هم فاصله دارند و هیچ یک در حاشیه یا گوشه نیستند. این حالت مانند همان جدول بالاست. مشابه این حالت برای وقتی که یکی از بیمارها در حاشیه یا گوشه باشند، نیز وجود دارد که در حالت‌های اخیر، با تعداد افراد کمتری، بیماران محصور می‌شوند.

برای راحتی، وضعیت‌های دوم تا ششم، در یک جدول نشان داده شده است. با ذکر این نکته که در هر وضعیت کماکان دو بیمار وجود دارد.

- وضعیت دوم: افراد بیمار همسایه نیستند اما به صورت قطری مرتبط‌اند.
- وضعیت سوم: افراد بیمار همسایه نیستند اما در یک ستون (یا ردیف) قرار دارند با یک فاصله.
- وضعیت چهارم: افراد بیمار همسایه‌اند و در یک ستون (یا ردیف) قرار دارند.
- وضعیت پنجم: افراد بیمار همسایه‌اند و در حاشیه جدول قرار دارند.
- وضعیت ششم: افراد بیمار همسایه‌اند و در گوشه جدول قرار دارند.

	I						I		
I	B	I				I	B	I	
I	B	I		I			I	B	I
	I			B				I	
			I	I	I				I
			I	B	I			I	B
				I				I	B
I	I								I
B	B	I							

پس وابسته به تعداد و جایگاه افراد بیمار به ۳ تا ۸ واکسن نیاز است.

**حالت سوم:** روش بالا را می‌توان برای تعداد بیشتر بیمار نیز بسط داد و مشخص کرد که در هر وضعیت چه اتفاقی می‌افتد. برای مثال برای حالت سه بیمار، وابسته به جایگاه آنها، بین سه تا ۱۲ واکسن نیاز است. این که دانش‌آموزان مسئله را تعمیم بدهند و بتوانند برای هر تعداد بیمار مشخص کنند که به چند واکسن نیاز است، ارزشمند است. اما در واقعیت معمولاً چنین نیست که تعداد افراد بیمار و جایگاه آنها را بدانیم بلکه از واکسن به عنوان یک وسیله برای پیشگیری از توسعه بیماری استفاده می‌شود.

**حالت چهارم:** با توجه به توضیح بالا، آنچه مد نظر این تکلیف است، تعیین کمترین تعداد واکسن است که اگر افرادی که مستعد بیماری هستند، بیمار شدند، تعداد کمتری، از دیگر افراد جامعه را بیمار کنند. با توجه به این توضیحات، باید حداقل نصف افراد با آرایش شطرنجی ایمن شوند تا کمترین افراد بیمار شوند. در جدول زیر، هر یک از افراد مستعد که بیمار شود، چون با چهار همسایه‌ی ایمن محصور شده، نمی‌تواند بیماری‌اش را منتقل کند و فقط خودش بیمار می‌ماند.

I		I		I		I		I	
	I		I		I		I		I
I		I		I		I		I	
	I		I		I		I		I
I		I		I		I		I	
	I		I		I		I		I
I		I		I		I		I	
	I		I		I		I		I
I		I		I		I		I	
	I		I		I		I		I

حالت‌های دیگری نیز ممکن است در میان پاسخ‌ها دیده شود که بر اساس همین ایده محصور کردن تعدادی افراد مستعد، توسط افراد ایمن، آمده باشد. برای مثال جدول زیر را ببینید. در این حالت اگرچه تعداد واکسن‌ها کمتر است، اما هدف اصلی مسئله که مینیمم شدن تعداد افراد بیمار از بین مستعدین است، متحقق نمی‌شود؛ چرا که با بیمار شدن یک فرد، چند نفر دیگر در آن بلوک هم بیمار می‌شوند.

		I			I			I	
		I			I			I	
		I			I			I	
I	I		I	I		I	I		I
		I			I			I	
		I			I			I	
		I			I			I	
I	I		I	I		I	I		I
		I			I			I	
		I			I			I	

**بخش دوم:** در بخش دوم سؤال ۴، باید کمترین تعداد افراد واکسینه شده را پیدا کرد که کمترین تعداد افراد مستعد از یک جامعه ۱۰۰ نفری بیمار شوند اما این بار افراد حرکت آزادانه دارند.

برای پاسخ به این سؤال نیز می‌توان فرض کرد که چیدمان جامعه‌ی ۱۰۰ نفری به صورتی است که در جداول تکلیف ۳ نشان داده شده اما نوع ارتباطات متفاوت است. بنابراین انتظار می‌رود، دانش‌آموزان ابتدا حرکت آزادانه را تعریف کنند. در این تکلیف، یک مثال از حرکت آزادانه را بیان شده: در هر روز، همسایگان هر فرد می‌توانند تغییر کنند (این مثال تا حدودی بیانگر آن است که در هر روز موقعیت افراد عوض می‌شود).

برای حالتی که در مسئله مثال زده شده است (یعنی عوض شدن همسایگان)، باید به این نکته توجه کرد که دیگر با محصور کردن افراد بیمار، نمی‌توان از شیوع بیماری جلوگیری کرد؛ چرا که ممکن است امروز یک فرد بیمار توسط افراد ایمن محصور شده باشد اما فردای آن روز، ۱، ۲، ۳ یا هر ۴ نفر این همسایگان، دیگر ایمن نباشند. پس عملاً محصور کردن امکان پذیر نیست و "با بیمار شدن یک فرد، همه افراد غیر ایمن، در معرض بیماری قرار می‌گیرند". پاسخ‌هایی مطلوب است که به خوبی بتواند بیانگر درستی گزاره اخیر باشد. بر این اساس، می‌خواهیم کمترین تعداد واکسن‌ها را پیدا کنیم به طوری که کمترین افراد بیمار شوند. قطعاً اگر بخواهیم تنها یکی از این موارد، یعنی واکسن‌ها یا افراد بیمار را مینیمم کنیم، مورد دیگر ماکسیمم خواهد شد:

- اگر ۱۰۰ نفر واکسن زده شوند، هیچ کس بیمار نمی‌شود (افراد بیمار مینیمم و واکسن‌ها ماکسیمم).
- اگر هیچ کس واکسن نزنند، همه بیمار می‌شوند (افراد بیمار ماکسیمم و واکسن‌ها مینیمم).

اما مسئله می‌خواهد هر دوی این موارد توأمأ مینیمم باشند پس باید حالت بهینه‌ای را انتخاب کرد که تعداد ۵۰ نفر واکسینه می‌شوند و تعداد ۵۰ نفر در معرض خطر بیماری قرار می‌گیرند. انتظار می‌رود دانش‌آموزان، به طور واضح، از این حالت دفاع کنند. با این حال، ممکن است پاسخ‌های دیگری نیز دیده شود که تا حدودی درست هستند که بسته به ایده آن، امتیاز داده شود.

امکان دارد ایده‌های دیگری هم در مورد حرکت آزادانه وجود داشته باشد؛ برای مثال نوع ارتباط با همسایگان، بیشتر شده باشد یا هر فرض دیگری برای حرکت افراد. اگر بر اساس چنین فرض‌هایی مسئله به درستی حل شده باشد، می‌تواند وابسته به نوع فرض و حل مسئله بخشی یا تمام امتیاز این سؤال را به خود تخصیص دهد.

## **تکلیف ۵:**

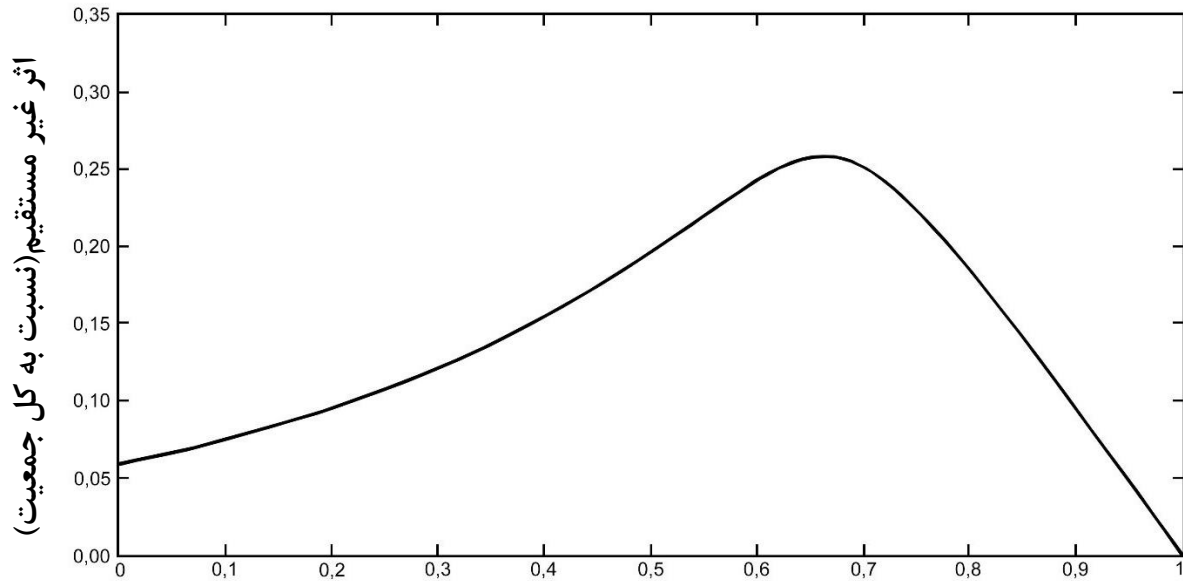
هدف اصلی در این تکلیف، مشخص شدن پارامتر دیگری در تعیین افراد ایمن جامعه است که از آن با تأثیر غیرمستقیم واکسیناسیون نام برده شده است. هدف از این تکلیف رسم نموداری است که میزان افراد واکسینه را به کل افراد ایمن شده مشخص می‌کند، خواه به صورت مستقیم ایمن شده باشند و خواه به صورت غیر مستقیم.

با توجه به نمودار داده شده که رابطه نسبت افراد واکسینه شده به افراد غیر مستقیم ایمن شده را نشان می‌دهد، می‌بایست مجموع ورودی و خروجی‌های این تابع را حساب کرد (که همان افراد زیر پوشش است). به عبارت دیگر، اگر نمودار نشان داده شده در تکلیف

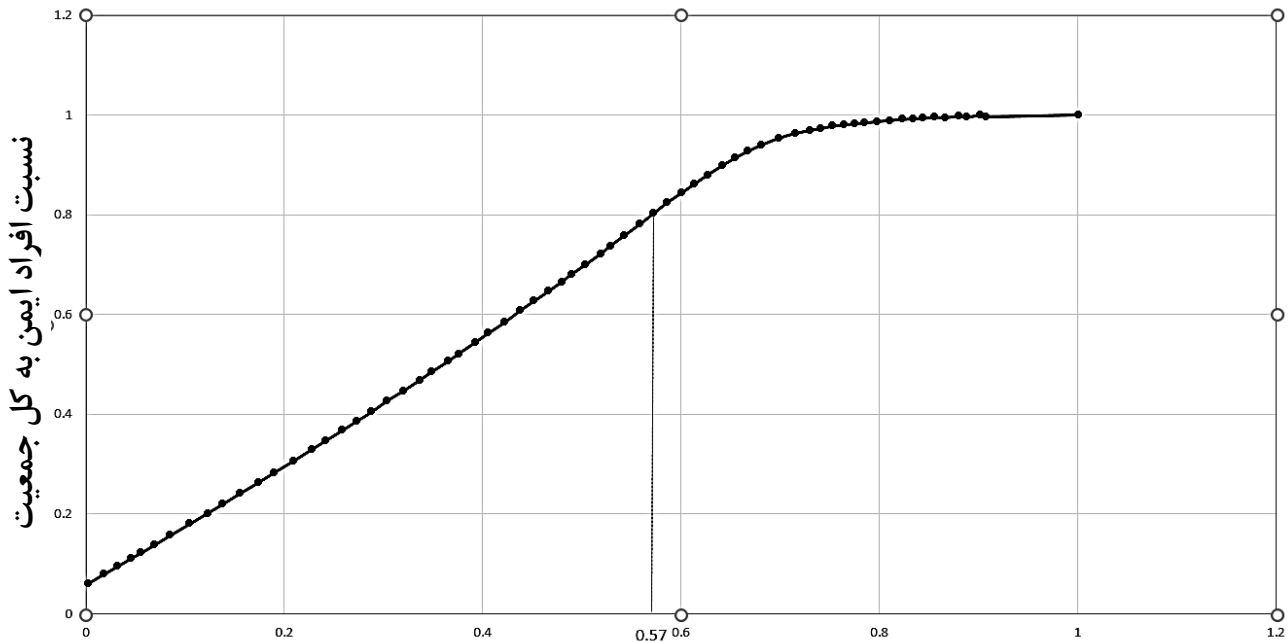


۵، نموداری تابعی به نام  $g$  باشد، آنگاه باید نمودار تابع  $f+g(f)$  را کشید (همان طور که در زیر محور افقی نمودار مشخص است،  $f$  ورودی تابع  $g$  است).

انتظار می‌رود دانش‌آموزان با نقطه‌یابی، این نمودار را رسم کرده باشند.



نسبت افراد واکسینه شده به کل  $f$



نسبت افراد واکسینه شده به کل  $f$

پس از مشخص کردن نمودار، باید بازه یا بازه‌هایی را که برد تابع به ازای آن بالای 0.80 می‌شود، مشخص شود.

## تکلیف نهایی:

### بخش اول:

هدف از این تکلیف توزیع تعداد محدودی واکسن بین سه مدرسه با جمعیت‌های متفاوت است. از آنجایی که در خود تکلیف به صراحت خواسته شده تا حالت‌های مختلف بررسی شود، حتی اگر گروهی به طور اتفاقی فقط بهترین حالت را بررسی کرده و پیشنهاد داده باشد، کافی نیست. روش‌های مختلفی برای توزیع واکسن‌ها می‌تواند مورد بررسی قرار گرفته باشد از جمله:

- توزیع متناسب واکسن‌ها به نسبت جمعیت هر مدرسه
- توزیع یکسان واکسن‌ها (هر مدرسه ۱۰۰۰ واکسن)
- توزیع واکسن‌های بیشتری بین دو مدرسه ۴۰۰۰ و ۱۰۰۰ نفری بر اساس نقطه ماکسیمم نمودار به دست آمده در تکلیف ۵ و در اختیار دادن باقی‌مانده واکسن‌ها به مدرسه ۲۰۰۰ نفری (مشابه این حالت برای مدارس ۲۰۰۰ و ۱۰۰۰ نفری یا حالت دیگر مدرسه ۴۰۰۰ و ۲۰۰۰ نفری نیز باید بررسی شود).
- استفاده از اطلاعات تکلیف ۵، که اگر ۸۰ درصد جامعه پوشش داده نشوند، بیماری فراگیر می‌شود و بر اساس آن ۵۷ درصد از مدارس ۴۰۰۰ و ۱۰۰۰ نفری واکسن زده شوند و به مدرسه دیگر باقی‌مانده واکسن‌ها تعلق بگیرد (مشابه این حالت برای مدارس ۲۰۰۰ و ۱۰۰۰ نفری یا حالت دیگر مدرسه ۴۰۰۰ و ۲۰۰۰ نفری نیز باید بررسی شود).

به غیر از این موارد، ممکن است حالت‌های دیگری نیز از توزیع واکسن‌ها بررسی شده باشد.

انتظار می‌رود دانش‌آموزان به این نکته نیز اشاره کرده باشند که نمودار داده شده در تکلیف ۵، از یک جامعه نرمال که دارای سطح ارتباطات متوسط هستند، به دست آمده است؛ اما در جامعه‌ایی مانند مدرسه سطح ارتباطات به مراتب بیشتر است. البته برای سادگی و به دلیل نداشتن اطلاعات دیگر، دانش‌آموزان ناگزیرند از این نمودار استفاده کنند.

تابع  $g$  نشان دهنده‌ی درصد اثر غیر مستقیم برحسب درصد مستقیم واکسیناسیون است که به وسیله‌ی نرم افزار تقریب زده شده است.

در اینجا، سه مدرسه‌ی ۴۰۰۰، ۲۰۰۰، ۱۰۰۰ به ترتیب مدارس  $A$ ،  $B$  و  $C$  نام‌گذاری شده‌اند.

$$g(x) = 15.733x^6 - 38.863x^5 + 32.39x^4 - 11.161x^3 + 1.7703x^2 + 0.0776x + 0.0584$$

هدف از این سؤال ماکسیمم کردن تابع زیر است که در آن  $N_A$ ،  $N_B$  و  $N_C$  به ترتیب جمعیت مدارس  $A$ ،  $B$  و  $C$  هستند.

$$h(a, b, c) = N_A g\left(\frac{a}{N_A}\right) + N_B g\left(\frac{b}{N_B}\right) + N_C g\left(\frac{c}{N_C}\right)$$

به طوری که

$$3000 = a + b + c \quad , \quad a \leq 4000 \quad , \quad b \leq 2000 \quad , \quad c \leq 1000$$

بنابراین داریم:

$$h(a,b) = 4000g\left(\frac{a}{4000}\right) + 2000g\left(\frac{b}{2000}\right) + 1000g\left(\frac{3000 - a - b}{1000}\right)$$

اکنون برای حالت‌های مختلف محاسبات را انجام می‌دهیم:

A	B	C	$h(a,b)$	توضیحات
۱۷۱۵	۸۵۷	۴۲۸	۱۱۶۵	به نسبت برابر
۱۰۰۰	۱۰۰۰	۱۰۰۰	۸۲۶	توزیع برابر
غیر ممکن است				توزیع به اندازه (۰.۶۶) کل جمعیت (جایی که نمودار داده شده در تکلیف ۵، ماکسیمم می‌شود)
غیر ممکن است				توزیع به اندازه (۰.۶۶) جمعیت مدارس A و C
غیر ممکن است				توزیع به اندازه (۰.۶۶) جمعیت مدارس B و A
۱۰۲۰	۱۳۲۰	۶۶۰	۱۱۸۳	توزیع به اندازه (۰.۶۶) جمعیت مدارس B و C
غیر ممکن است				پوشش ۸۰٪ کل
غیر ممکن است				پوشش ۸۰٪ مدارس A و B
۲۲۸۰	۱۵۰	۵۷۰	۱۲۹۵	پوشش ۸۰٪ مدارس A و C
۱۲۹۰	۱۱۴۰	۵۷۰	۱۱۹۵	پوشش ۸۰٪ مدارس B و C

## بخش دوم:

در بخش دوم می‌بایست عوامل مختلف در شیوع یک بیماری مشخص شوند. تعدادی از این عوامل در خود تکلیف نهایی آمده است. علاوه بر آنها موارد دیگری نیز ممکن است مطرح شود مانند:

- $N_i$ ، جمعیت گروه  $i$  ام
- $M$ ، تعداد کل واکسن‌ها
- $P_i$ ، میزان ارتباط دورن گروهی برای گروه  $i$  ام (می‌توان ارتباط دورن گروهی را عددی بین صفر تا ۱ در نظر گرفت).
- $W_{ij}$ ، میزان ارتباط برون گروهی بین گروه  $i$  ام و گروه  $j$  ام (می‌توان ارتباط برون گروهی را عددی بین صفر تا ۱ در نظر گرفت).

در این صورت میزان شیوع بیماری می‌تواند با این عوامل به صورت زیر رابطه داشته باشد:

$$\sum_{i=1}^n P_i N_i \sum_{j=1, \neq i}^n W_{ij} N_j P_j$$

جایی که در آن تعداد کل گروه‌ها برابر با  $n$  است.

در این قسمت، انتظار می‌رود دانش‌آموزان تأثیر عوامل مختلف را بررسی کرده و بر اساس آن، گزارشی به وزارت بهداشت ارائه کنند که در آن چگونگی توزیع  $M$  واکسن، بین گروه‌های مختلف، تبیین شده باشد. برای تهیه این گزارش می‌بایست از نمودار، جدول و نتایج بخش‌های قبل، بهره گرفته شده باشد. همچنین، گزارش باید شامل مقدمه و نتیجه‌گیری از بحث مطرح شده و ارائه پیشنهادات باشد.

از مصححان گرامی خواهشمندیم با توجه به نکات بالا و استدلال‌های ارائه شده، یک ارزیابی کیفی از گزارش هر یک از گروه‌ها به عمل آورند.

با سپاس فراوان

هیئت داوران الیمپیا ۹۷