بسمه تعالی

راهنمای ارزیابی پاسخ‌های دانش‌آموزان در بیست و نهمین مسابقه الیمپیاد ریاضی، ۲۰۱۷

در این راهنما معیارهایی برای تصحیح برگه‌های دانش‌آموزان ارائه شده است. این معیارها بر اساس راه‌حل‌های اعضاء هیئت داوران و همچنین پاسخ‌های دانش‌آموزان و ایده‌های مطرح شده توسط آنهاست؛ به همین دلیل ممکن است شامل همه راه‌حل‌های ممکن نباشد. بنابراین از مصححین عزیز خواهشمندیم که از این راهنما صرفا به عنوان کلید اولیه استفاده نموده و در صورت مشاهده‌ی پاسخ‌های منطقی دیگر، آن‌ها را با هیئت داوران در میان بگذارند تا به این مجموعه اضافه گردد.

در تصحیح سوالات به این نکته توجه داشته باشید که همه مسائل این آزمون در راستای انجام تکلیف نهایی، یعنی تهیه مقاله روزنامه‌ای است. در انتخاب برگه‌های برتر نیز بیش از هر چیز به پاسخ دانش‌آموزان در تکلیف تحلیلی و نهایی دقت می‌شود؛ لذا از مصححین خواهش می‌شود برگه‌هایی را که در آن تکلیف نهایی به خوبی پاسخ داده شده‌است، معرفی کنند (حتی اگر در پاسخ به مسائل سایر قسمت‌ها عملکرد ضعیفی داشته‌اند). با این وجود، تمام تکالیف باید مطالعه و ارزیابی شود و به هر مسئله امتیازی تعلق گیرد. همچنین ممکن است دانش‌آموزی ایده پاسخ یک سوال را در سوالات بعدی و یا در تکلیف‌های تحلیلی و نهایی آورده باشد؛ لذا مصحح محترم باید عملکرد گروه را در کل آزمون مدنظر داشته باشد.

تصحیح بر اساس نمره‌دهی انجام نمی‌گیرد بلکه بر مبنای مقایسه برگه‌های برتر از میان آنها انجام خواهد گرفت. طبیعتا هر چه به سوالات پایانی نزدیک‌تر می‌شویم سوالات پیچیده‌تر و بیشتر حائز اهمیت خواهند بود. به همین دلیل در مقایسه برگه‌ها، پس از تکلیف نهایی (که بیشترین اهمیت را دارد)، تکلیف تحلیلی ضمیمه و تکلیف ۱۱ در درجه اهمیت بعدی قرار دارند.

معیارهای ارزیابی

بخش ۱: مقدماتی

الف) وزن راه‌بندان

۱:

داده‌های مسئله: نمودارهای مربوط به تعداد و طول صف‌ها در ۵ اکتبر امسال در آمبرهاون.

- از ۱۷:۰۰ تا ۱۷:۳۰، تعداد صف ۶۹ و طول صف ۲۶۸ کیلومتر
- از ۱۷:۳۰ تا ۱۸:۰۰، تعداد صف ۷۲ و طول صف ۲۵۲ کیلومتر
- از ۱۸:۰۰ تا ۱۸:۳۰، تعداد صف ۸۰ و طول صف ۲۸۸ کیلومتر
- از ۱۸:۳۰ تا ۱۹:۰۰، تعداد صف ۲۰ و طول صف ۷۳ کیلومتر

خواسته‌ی مسئله: محاسبه طول متوسط صف بین ساعت ۱۷:۰۰ تا ۱۹:۰۰ در ۵ اکتبر امسال در آمبرهاون.

راه‌حل پیشنهادی: دانش‌آموزان می‌بایست برای هر ۳۰ دقیقه، طول صف را بر تعداد صف تقسیم کنند تا طول متوسط برای هر صف مشخص شود و سپس از همه‌ی طول‌های متوسط به‌دست آمده، میانگین بگیرند:

$$\frac{\frac{268}{69}+\frac{252}{72}+\frac{288}{80}+\frac{73}{20}}{4}$$

با توجه این‌که ممکن است دانش‌آموزان اعداد مربوط به تعداد و طول صف را با چند اختلاف، برآورد کرده باشند، جواب نهایی ممکن است کمی با جواب پیشنهادی هیئت داوران اختلاف داشته باشد که قابل قبول است، چرا که ایده حل مسئله مهم است. البته اگر اختلافات آن قدر کوچک باشد که قابل اغماض باشند.

از دیگر پاسخ‌های احتمالی که امتیاز کمتری خواهند گرفت:

$$\frac{268+252+288+73}{69+72+80+20}$$

$$\frac{268+252+288+73}{4}$$

۲:

داده‌های مسئله: نمودارهای مربوط به تعداد و طول صف‌ها در ۵ اکتبر امسال در آمبرهاون و فرمول وزن راه‌بندان.

وزن راه‌بندان= طول صف (کیلومتر) × مدت صف (دقیقه)

تذکر: اعداد مربوط به تعداد صف و طول صف ممکن است با یک یا دو اختلاف در راه حل دانش‌آموزان آمده باشد.

خواسته‌ی مسئله: وزن راه‌بندان کل آمبرهاون در ساعات اوج ترافیک بعدازظهر در ۵ اکتبر امسال در آمبرهاون.

راه‌حل پیشنهادی: دانش‌آموزان می‌بایست در ابتدا ساعات اوج ترافیک در بعدازظهر را با استفاده از نمودارهای داده شده در صفحات ۴ و ۵ سوالات پیدا کنند. در حقیقت باید معیاری برای مشخص کردن ساعات اوج ترافیک ارائه دهند. از معیارهایی که می‌توان در پاسخ‌ها دید:

- میانگین گرفتن از متوسط طول هر صف در ساعات بعدازظهر و پس از آن مشخص کردن بازه‌های زمانی که طول متوسط صف در آنها بیش از میانگین است به عنوان ساعات اوج ترافیک.
- استفاده از برد متوسط طول صف‌ها به این صورت که اگر در ساعتی، متوسط طول صف بیش از نصف برد باشد، جزء ساعات اوج ترافیک باشد. برای این مورد ممکن است برخی از دانش‌آموزان فقط به داده‌های نمودار صفحه ۴ و برخی دیگر فقط به داده‌های نمودار صفحه ۵ و برخی دیگر به هر دو نمودار نگاه کنند.
  برای مثال دانش‌آموزی که فقط به نمودار صفحه ۵ نگاه می‌کند، هر بازه‌ای که طول صف در آن بیش از ۱۴۵ کیلومتر باشد را جزء ساعات ترافیک قرار می‌دهد که ساعات ۱۶:۳۰ تا ۱۸:۳۰ و ۱۹:۰۰ تا ۱۹:۳۰ خواهد بود.
- انتخاب تعداد مشخصی از بازه‌های زمانی که بیشترین فراوانی را دارند به شرط آن‌که برای انتخاب هر بازه معیار منطقی‌ای درنظر گرفته باشند.

این ایده‌ها و ایده‌های دیگری که توسط دانش‌آموزان مطرح می‌شود، مادامی که به صورت درست در حل مسئله به‌کار گرفته‌شوند، می توانند ارزشمند باشند.

در حل مسئله، پس از مشخص کردن ساعات اوج ترافیک از فرمول وزن راه‌بندان استفاده می‌شود تا برای هر بازه‌ی زمانی، این وزن راه‌بندان مشخص شود. سپس همه وزن‌های به‌دست آمده باید جمع شوند. چون بازه‌های زمانی برای همه ۳۰ دقیقه است می‌توان، از آن فاکتور گرفت و راحت تر محاسبه را انجام داد. برای نمونه اگر گروهی فقط به چهار بازه‌ایی که بیشترین فراوانی را دارد توجه کرده و آنها را جزء ساعات اوج ترافیک در نظر گرفته، باید به چنین پاسخی برسد:

$$30 \times \left(\frac{268}{69} + \frac{252}{72} + \frac{288}{80} + \frac{73}{20}\right)$$

بخش ۱: مقدماتی

الف) چه زمانی صف تشکیل می‌شود؟

۳:

داده‌های مسئله: تعاریف شدت (I)، سرعت (v) و تراکم (D) جاده

خواسته‌ی مسئله: اثبات رابطه $D = \frac{I}{v}$

راه حل پیشنهادی: طبق تعاریف داریم:

$I = \frac{n}{h}$ که در آن n تعداد وسایل نقلیه موتوری گذرنده در h ساعت از یک نقطه مشخص است.

$v = \frac{x}{h}$ که در آن x طول قطعه‌ای از جاده است که متوسط سرعت وسایل نقلیه موتوری گذرنده در h ساعت در این قطعه از جاده حساب می‌شود.

$D = \frac{n}{x}$ که در آن n تعداد وسایل نقلیه موتوری گذرنده در قطعه‌ای از جاده به طول x است.

در نتیجه داریم:

$$\frac{I}{v} = \frac{\frac{n}{h}}{\frac{x}{h}} = \frac{n}{x} = D$$

۴:

داده‌های مسئله: جاده مورد نظر از A به B در هر جهت یک باند دارد به علاوه $v = 120\frac{km}{h}$، $I = 2000$ و $x = 20\ km$

خواسته‌ی مسئله: متوسط فضایی که به هر خودرو اختصاص می‌یابد.

راه حل پیشنهادی:

$$D = \frac{I}{v} = \frac{2000}{120} \sim 17$$

درنتیجه هر خودرو تقریبا $\frac{1000}{17} \sim 59.8$ متر فضا اشغال می‌کند.

تذکر: ممکن است برخی از دانش‌آموزان محاسبات را برای جاده دو طرفه انجام داده باشند و دو باند در کل جاده در نظر گرفته باشند.

۵:

داده‌های مسئله: جاده مورد نظر از A به B در هر جهت یک باند دارد به علاوه $v = 120\frac{km}{h}$، $C=I_{max} = 2200$ و $x = 20\ km$.

خواسته‌ی مسئله: متوسط فضایی که به هر خودرو اختصاص می یابد.

راه حل پیشنهادی:

$$D = \frac{I}{v} = \frac{2200}{120} \sim 18$$

درنتیجه هر خودرو تقریبا $\frac{1000}{17} \sim 55.6$ متر فضا اشغال می‌کند.

تذکر: ممکن است برخی از دانش‌آموزان محاسبات را برای جاده دو طرفه است انجام داده باشند و دو باند در کل جاده در نظر گرفته باشند.

۶:

داده‌های مسئله: جاده مورد نظر از A به B در هر جهت یک باند دارد و خودروها سپر به سپر حرکت می‌کنند. طول متوسط خودرو ۶ متر و $C=I_{max} = 2200$.

خواسته‌ی مسئله: سرعت متوسط.

راه‌حل پیشنهادی:

$$D = \frac{1000}{6} \sim 167$$

$$v = \frac{I}{D} = \frac{2200}{167} = 13.17\frac{km}{h}$$

۷:

داده‌های مسئله: جاده مورد نظر از A به B غیر قابل دسترس باشد. $C=I_{max} = 2200$ و $x = 20\ km$

خواسته‌های مسئله: تراکم و سرعت متناظر با آن را مشخص کنید.

راه حل پیشنهادی: برای هر ظرفیتی بیش از ۲۲۰۰ جاده غیرقابل دسترسی است. چون در قسمت قبل، تراکم متناظر با ظرفیت ۲۲۰۰ را ۱۶۷ خودرو در نظر گرفتیم، پس برای هر تراکمی بیش از ۱۶۷ خودرو در هر کیلومتر، جاده غیر قابل دسترس است. لذا، سرعت متناظر با تراکم بیش از ۱۶۷ خودرو در هر کیلومتر نیز غیر ممکن، خواهد بود. با توجه به رابطه $D = \frac{I}{v}$ می‌توان به راحتی سرعت (غیر ممکن) متناظر با تراکم مورد نظر را به‌دست آورد.

بخش ۲: ارائه گرافیکی

۸:

داده‌های مسئله: نمودار تراکم – شدت که در صفحه ۷ سوالات آمده است.

خواسته‌های مسئله: محاسبه سرعت برای تراکم ۲۵ در هر یک از ترافیک روان و راه بندان. تفسیر افت ظرفیت در ترافیک‌های روان و راه‌بندان.

راه‌حل پیشنهادی: با توجه به نمودار داده شده می‌توان دید برای ترافیک روانT شدت برابر با ۲۰۰۰ و برای راه‌بندان، برابر با ۱۵۰۰ است. در نتیجه داریم:

$$v = \frac{I}{D} = \frac{2000}{25} = 80\frac{km}{h}$$

$$v = \frac{I}{D} = \frac{1500}{25} = 60\frac{km}{h}$$

تفسیر افت ظرفیت:

برای تراکم ۲۵ خودرو در یک کیلومتر میزان فضای اختصاص داده شده به هر خودرو را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{1000}{25} = 40\ m$$

با توجه به نمودار داده شده می‌توان گفت تا تراکم ۲۵ خودرو در یک کیلومتر، وسایل نقلیه می‌توانند با فضایی معادل ۴۰ متر و با سرعت حداکثر ۸۰ کیلومتر بر ساعت حرکت کنند.

برای توجیه حالت پیش آمده می‌توان جاده‌ای را با تعدادی ورودی و خروجی درنظر گرفت به طوری که تعداد ورودی‌ها از تعداد خروجی‌ها بیشتر باشد. اگر عرض جاده مقدار خوبی داشته باشد، برای سرعت مشخصی مثلا ۸۰ کیلومتر بر ساعت و تعداد مشخصی خودرو موجود در جاده، اتومبیل‌ها راحت حرکت می‌کنند و هیچ راه بندان یا ترافیکی ایجاد نخواهد شد. اما با زیاد شدن تعداد

خودروهای موجود در جاده یا رسیدن تراکم به مقدار بحرانی، اثر کم بودن تعداد خروجی‌ها نسبت به ورودی‌ها آشکار می‌شود. به این ترتیب که تعداد خودروها در جاده از حدی می‌گذرد که فضای مجاز اختصاصی به هر اتومبیل از ۴۰ متر کمتر می‌شود. لذا سرعت متوسط اتومبیل‌ها از ۸۰ کیلومتر بر ساعت، به طور ناگهانی کاهش می‌یابد (کم شدن سرعت اتومبیل‌های خارج شونده به حدی می‌رسد که بر میانگین کل تاثیر می‌گذارد) و با افزایش تراکم جاده، در بخش‌های خروجی جاده، کم کم ترافیک ایجاد می‌شود (اگر طول متوسط خودرو ۶ متر در نظر گرفته شود، تراکم حدود ۱۶۶ خواهد بود و این نشان می‌دهد که چرا شاخه سمت راست نمودار در تراکم ۱۵۰، شدت صفر را به‌دست می‌دهد).

۹ و ۱۰:

داده‌های مسئله: نمودار تراکم – شدت که در صفحه ۷ سوالات آمده است. رابطه بین سرعت، تراکم و شدت.

خواسته‌های مسئله: نمودار تراکم – سرعت و نمودار سرعت – شدت.

راه حل پیشنهادی:

با توجه به خطی بودن هر یک از شاخه‌های چپ و راست نمودار تراکم – شدت به راحتی می‌توان معادله هر کدام از این خطوط را به‌دست آورد:

معادله شاخه چپ: $I = 80D$

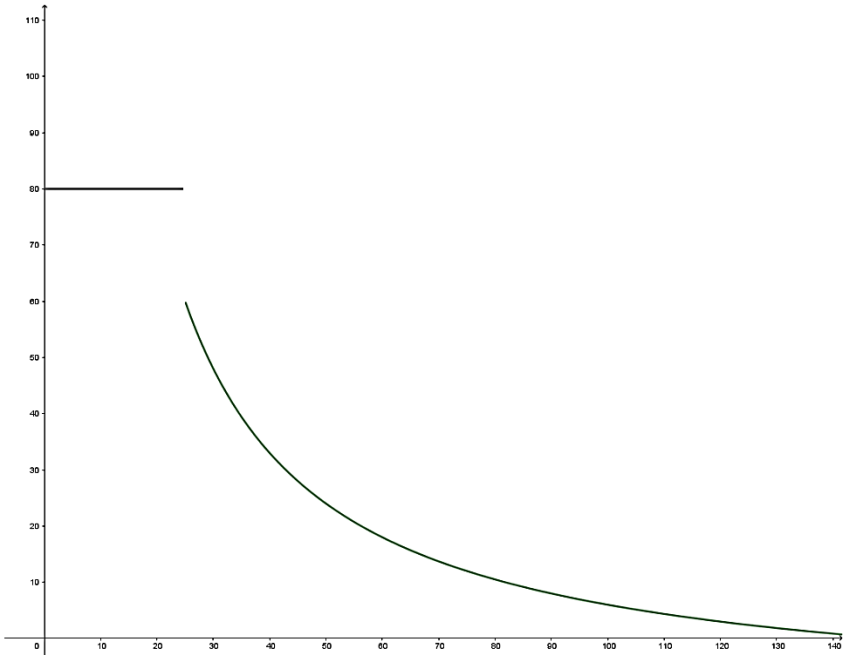
معادله شاخه راست: $I = -12D + 1800$ در نتیجه $D = \frac{-I+1800}{12}$

حال با توجه به رابطه $v = \frac{I}{D}$ می‌توان به راحتی نمودارهای تراکم – سرعت و سرعت – شدت را رسم کرد.

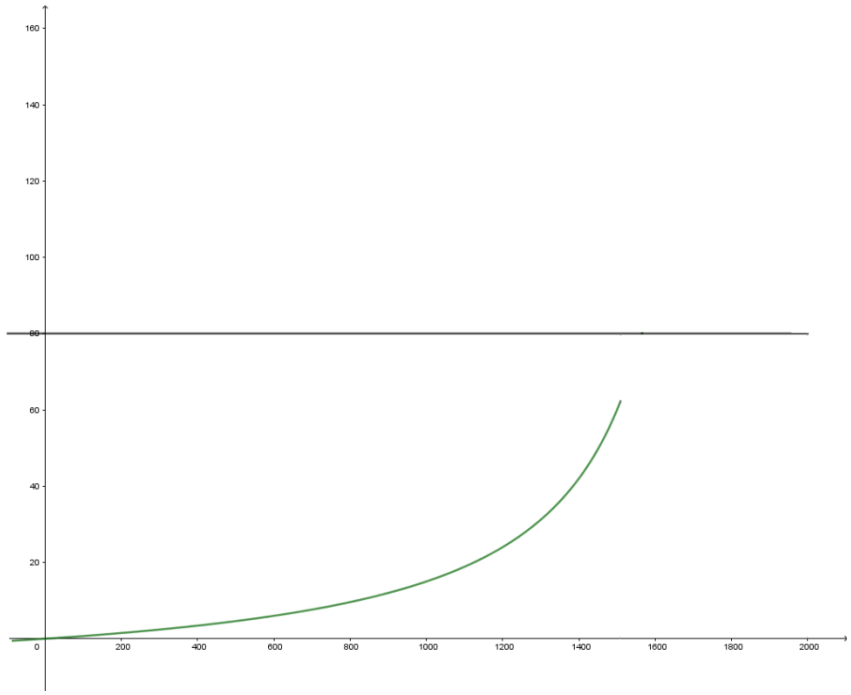
$$v = \begin{cases} \frac{80D}{D} = 80\,, & D \le 25 \\ \frac{-12D + 1800}{D} = -12 + \frac{1800}{D}\,, & D \ge 25 \end{cases}$$

$$v = \begin{cases} \frac{I}{\frac{I}{80}} = 80\,, & D \le 25,\ I \le 2000 \\ \frac{I}{\frac{-I + 1800}{12}} = \frac{12I}{1800 - I}\,, & D \ge 25 \end{cases}$$

نمودار تراکم - سرعت



نمودار شدت - سرعت



:۱۱

توضیح دهید چطور می‌توان ظرفیت یک جاده را بر اساس سرعت، شدت و تراکم به‌دست آورد.

راه حل پیشنهادی: همان طور که توضیح داده شده‌است بین ظرفیت جاده در ترافیک روان (I_{max}) و ظرفیت جاده در راه‌بندان (I_c) تفاوت وجود دارد. بنابراین باید برای هر یک از این دو وضعیت، دو ظرفیت مختلف مشخص کنیم.

برای مشخص کردن ظرفیت در حالت ترافیک روان، نیاز است تا حداکثر سرعت مجاز (v_{max}) و تراکم بحرانی (D_C) را بدانیم که در اینجا منظور از تراکم بحرانی، تراکمی است که بعد از آن وضعیت جاده، از روان به راه‌بندان مبدل می‌شود. برای مثال، دیدیم که در نمودار صفحه ۷، این عدد ۲۵ است. اما تراکم بحرانی را می‌توان بر اساس عامل دیگری مانند حداکثر فاصله مجاز (l_{safe}) در نظر گرفت. با توجه به تکالیف قبل اگر دانش‌آموزان از عددی بین ۴۰ تا ۵۰ متر برای حداکثر سرعت مجاز استفاده کنند، به نظر معقول است. در نتیجه داریم:

$$D_c = \frac{1000}{l_{safe}}$$

از طرفی حداکثر سرعت مجاز در یک جاده به پارامترهای فیزیکی آن جاده و موقعیت آن بستگی دارد که در هر جاده‌ای مشخص می‌شود. بنابراین می‌توان فرض کرد حداکثر سرعت مجاز جزء مفروضات مسئله است. در نتیجه با توجه به رابطه $v = \frac{I}{D}$ می‌توان حداکثر شدت در جاده که همان ظرفیت است را در حالت ترافیک روان به‌دست آورد:

$$I_{max} = v_{max} \times D_c$$

برای مشخص کردن ظرفیت در حالت راه‌بندان، نیاز است تا تراکم بحرانی (D_C) و سرعت در تراکم بحرانی (v_c) را بدانیم. مجددا می‌توان بر اساس حداکثر فاصله مجاز تراکم بحرانی را به‌دست آورد. برای مشخص کردن سرعت در تراکم بحرانی هم می‌توان از اطلاعات به‌دست آمده در تکالیف قبل استفاده کرد. همان طور که نمودار صفحه ۷ نشان می‌دهد، برای حالتی که حداکثر سرعت مجاز ۸۰ کیلومتر بر ساعت است، سرعت در تراکم بحرانی ۶۰ کیلومتر بر ساعت خواهد بود. از طرفی طبق تعریف راه‌بندان، اگر سرعت کمتر از ۵۰ کیلومتر بر ساعت باشد، دیگر ترافیک روان نداشته‌ایم. پس باید سرعت در تراکم بحرانی بالاتر از ۵۰ باشد. پس، بسته به حداکثر سرعت مجاز، اگر دانش‌آموزان سرعت در تراکم بحرانی را کمتر از ۷۰ و بیشتر از ۵۰ در نظر گرفته باشند، فرض معقولی به نظر می‌رسد. در نتیجه با توجه به رابطه $v = \frac{I}{D}$ می‌توان ظرفیت در جاده را در حالت راه‌بندان به‌دست آورد:

$$I_c = v_c \times D_c$$

بخش ۳: کاربرد

تکلیف تحلیلی:

برای تکلیف تحلیلی، راه‌هایی پیشنهاد شده‌است که در ادامه بیان می‌شود. در این تکلیف دانش‌آموزان باید یک ملاک و معیار منطقی برای گلوگاه جاده‌ای تعریف کنند که از مفاهیم مطرح شده در سوال‌های قبلی استفاده شده باشد. هم‌چنین می‌توانند با خلاقیت، انواع اطلاعات منطقی دیگری را که کمک کننده و منطقی باشند، نیز تعریف و استفاده کرده باشند.

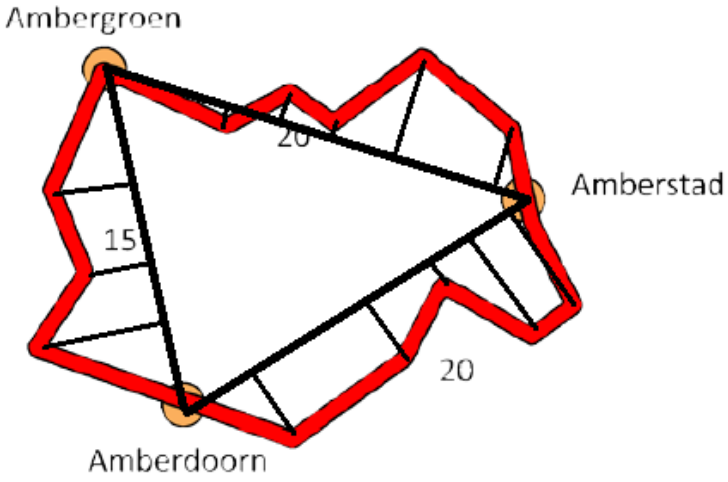
نکات مهمی که در این تکلیف حتما باید پوشش داده شده باشد:

- **تعریف دقیقی از گلوگاه یک شبکه جاده‌ای** ارائه داده باشند و بتوانند تعریف خود را تحلیل کنند.
- داده‌های اصلی یعنی جدول مربوط به تعداد خودرو برای ساعات اوج ترافیک هم برای صبح و هم برای بعدازظهر داده شده‌اند. دانش‌آموزان **باید در نظر بگیرند که نقاطی که به عنوان گلوگاه جاده‌ای مشخص می‌شوند، در این اوقات شاهد ترافیک راه‌بندان باشند.**
- فارغ از هر نوع تعریف، باید بین نقاطی که توسط جدول اول و دوم به عنوان گلوگاه تعیین می‌شوند، **مصالحه‌ای برای تعیین گلوگاه در شبکه جاده‌ای معرفی شود.**
- **تراکم و شدت جاده‌ها در وضعیت فعلی را مشخص نمایند.**
- **بیان کنند کجا و چه زمانی ریسک ترافیکی داریم.**
- **در مورد وجود یا عدم وجود راه‌بندان اظهار نظر نمایند.**
- **به نحوی مناسب و منطقی، حداکثر ۳۰ کیلومتر جاده اضافه کنند.**

مطالبی که آورده شده باید توسط گروه‌ها درنظر گرفته شده باشند. هرگونه استدلال منطقی که موارد بالا را پوشش دهد قابل قبول است. کیفیت پاسخ هر برگه بنابر داشتن موارد بالا با توجه به نظر مصحح گرامی تعیین گردد.

با این وجود دوتا رویکرد کلی برای نمونه در ادامه ارائه شده است تا مصححان دید کمی نسبت به این تکلیف داشته باشند، **اما به هیچ وجه به آن معنا نیست که راه‌حل‌های دانش‌آموزان باید شبیه این راه‌حل‌ها باشد.** در اصل مصحح، ایده دانش‌آموزان را با دقت مطالعه می‌کند و با توجه به استدلال و پشتوانه علمی ارائه شده، پاسخ را ارزیابی می‌کند.

۱- یکی از ایده‌ها برای تکلیف تحلیلی و مخصوصا تکلیف نهایی استفاده از روش‌های هندسی است. برای مثال می‌توان از شکل گراف مانندی که در صفحه‌ی آخر سوال‌ها آورده شده‌است، استفاده کرد. با توجه به شکل زیر می‌توان ابتدا کوتاه‌ترین مسیر بین شهرها را که یک خط راست بین دو شهر است، رسم می‌کنیم و سپس از تمام نقاطی که در مسیر اصلی دارای شکستگی هستند بر خط کوتاه‌ترین مسیر عمود می‌کنیم و سپس با استفاده از داده‌های دیگر این شکل، مانند اختلاف شیب دو خط واصل در هر شکستگی و یا زاویه هر شکستگی و اندازه عمود رسم شده می‌توان مسئله را تحلیل و احتمالا راه حل منطقی را ارائه کرد.



۲- با توجه به طول جاده بین شهرها و جدول تعداد خودروها و با فرض اینکه توزیع خودروها در طول جاده **یکنواخت** است، می‌توان تراکم (متوسط) هر باند در هر جاده را برای صبح و بعد از ظهر به صورت زیر محاسبه کرد.

$$D_{AM} = \begin{bmatrix} 0 & 100 & 200 \\ 75 & 0 & 75 \\ 267 & 60 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_{PM} = \begin{bmatrix} 0 & 250 & 400 \\ 200 & 0 & 75 \\ 67 & 90 & 0 \end{bmatrix}$$

اگر گلوگاه را جاده‌ای در نظر بگیریم که بیشترین تراکم را دارد. با توجه به دو ماتریس بالا میتوان ترتیبی برای ریسک ترافیکی ارائه نمود. مثلاً، بیشترین ریسک ترافیکی مربوط به جاده بین Ambergroen به Amberdoorn با تراکم متوسط ۴۰۰ خودرو در کیلومتر است.

اگر اوج ترافیک در صبح را Δt در نظر بگیریم. با استفاده از جدول تعداد خودروها n در هر باند جاده می‌توان با فرمول $I = \frac{n}{\Delta t}$ شدت هر باند را برحسب Δt محاسبه کرد. سپس ماتریس سرعت‌ها نیز با تقسیم نظیر به نظیر شدت بر تراکم $v = \frac{I}{D} = \frac{\frac{n}{D}}{\Delta t} = \frac{\alpha}{\Delta t}$ می‌توان به‌دست آورد که α یک عدد ثابت است.

فرض ۱: فرض می‌کنیم حتی در ساعات اوج ترافیک در حداقل یک باند جاده‌ها اتومبیل‌ها با حداکثر سرعت خود می‌رانند. لذا برای بزرگترین α، سرعت را برابر حداکثر سرعت مجاز یعنی ۸۰ کیلومتر بر ساعت قرار می‌دهیم. به این ترتیب Δt به دست می‌آید.

$$\frac{\alpha_{\max}}{\Delta t} = 80 \rightarrow \Delta t = 4_h$$

با این فرض سرعت متوسط جاده‌ها برای ساعات اوج ترافیک صبح به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$v_{AM} = \begin{bmatrix} 0 & 80 & 60 \\ 80 & 0 & 80 \\ 60 & 80 & 0 \end{bmatrix}_{km/h}$$

همانطور که مشاهده می شود سرعت‌های متناظر همگی بالا ۵۰ کیلومتر بر ساعت هستند و این به معنای عدم راه‌بندان است که با فرض صورت مسئله (ساعات اوج ترافیک) در تناقض است. لذا فرض ما (فرض ۱) واقع بینانه نبوده است. پس راه‌بندان خواهیم داشت.

این کار را می‌توان با فرض‌های دیگری برای حداکثر سرعت مجاز پیش برد تا بازه‌ی زمانی معقولی و پس از آن سرعت متوسط در هر باند را به دست آورد. برعکس، می توان با درنظر گرفتن یک بازه زمانی برای ساعات اوج ترافیک، سرعت را محاسبه کرد:

با توجه به نمودارهای قبلی می توانیم ۱ ساعت اوج ترافیک برای صبح و ۲ ساعت برای عصر در نظر بگیریم. در این صورت ماتریس‌های شدت به صورت زیر خواهند بود:

$$I_{AM} = \begin{bmatrix} 0 & 2000 & 3000 \\ 1500 & 0 & 1500 \\ 4000 & 1200 & 0 \end{bmatrix}_{1/h}$$

$$I_{PM} = \begin{bmatrix} 0 & 2500 & 3000 \\ 2000 & 0 & 750 \\ 500 & 900 & 0 \end{bmatrix}_{1/h}$$

با توجه به ماتریس D و رابطه $v = \frac{I}{D}$ خواهیم داشت:

$$V_{AM} = \begin{bmatrix} 0 & 20 & 15 \\ 20 & 0 & 20 \\ 15 & 20 & 0 \end{bmatrix}_{km/h}$$

$$V_{PM} = \begin{bmatrix} 0 & 10 & 7.5 \\ 10 & 0 & 10 \\ 7.5 & 10 & 0 \end{bmatrix}_{1/h}$$

با توجه به اطلاعات بالا و این که سرعت خودروها در هر مسیر به طور متوسط از ۲۵ هم پایین‌تر است، پس در همه مسیرها راه-بندان ترافیکی وجود داشته و ۳۰ کیلومتر جاده باید به‌گونه‌ای اضافه شود که هر ۳ شهر را پوشش دهد.

باید توجه داشت که جاده Ambergroen به Amberdoorn بیشترین راه‌بندان ترافیکی را دارد و از طرفی، احداث یک جاده مستقیم بین دو شهر بدلیل محدودیت سرعت و تراکم می‌تواند بهترین راه نباشد.

تکلیف نهایی:

در این تکلیف از دانش‌آموزان خواسته شده است که با استفاده از مفاهیم سوالات قبلی متنی در قالب روزنامه دیواری مشکلات ترافیکی را مطرح کرده و حداقل یک راهحل ممکن برای آن ذکر کنند. محتوای مقاله دانش آموزان باید شامل موارد زیر باشد:

- پاراگراف مقدمه که ساختار متن مقاله را براساس معیارهای منطقی کاربردی یا مفاهیم قبلی شرح داده باشد.
- حداقل یک نمودار گرافیکی برای شرح وضعیت ترافیک در جاده شبیه آنچه در بخش ۲ آمده است.
- ترکیب کردن مفاهیم ساعات اوج ترافیک، ظرفیت جاده، حداکثر سرعت مجاز و گلوگاه جاده ای برای تعریف دقیق مسئله.
- ارائه حداقل یک پاسخ منطقی (می تواند شامل ایجاد جاده جدید باشد) برای مسئله طرح شده
- نتیجه گیری از بحث مطرح شده در مقاله و ارائه پیشنهادات

مصححان گرامی لطفا با توجه به وجود بخشی از اطلاعات بالا و استدلال های مقاله ارائه شده، یک ارزیابی کمی از مقاله نهایی گروهها به عمل آورند.

با سپاس فراوان
هیئت داوران المپیاد ۹۶